Experimento 6

LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y EL TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA

Objetivos

1. Definir las energías cinética, potencial y mecánica
2. Explicar el principio de conservación de la energía mecánica
3. Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica a situaciones en donde ocurre intercambio entre las energías cinética y potencial gravitatoria
4. Verificar el principio de conservación de la energía mecánica
5. Verificar el teorema del trabajo y la energía, y
6. Comparar los resultados obtenidos con las predicciones teóricas

Teoría

En este experimento vamos a explorar el principio de conservación de la energía mecánica. Recordemos que en el curso de teoría definimos la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m, localizado a una altura h, desde un nivel de referencia, como $U = mgh$, donde g es la aceleración de la gravedad. También dijimos que la energía cinética de un cuerpo de masa m, que viaja con velocidad instantánea v, se define como $K = ½\ mv^2$. La energía mecánica E, de un sistema se define como la suma de sus energías potencial y cinética, es decir, $E = U + K$. Vamos a hacer un ejercicio de laboratorio en el cual mediremos la energía potencial gravitatoria inicial de un carrito en un plano inclinado sin fricción, y la energía cinética final cuando el carrito llega al nivel de referencia. Vamos a comparar estas dos energías con el propósito de extraer conclusiones sobre la conservación de la energía mecánica del carrito. También estudiaremos cómo el trabajo que la fuerza externa total hace sobre un cuerpo se relaciona con el cambio que sufre su energía cinética. Asimismo veremos lo que sucede con la energía mecánica total de un cuerpo cuando está sujeto solamente a fuerzas conservativas, como la gravitatoria, a diferencia de cuando lo afectan fuerzas no conservativas, como la fricción

<u>El principio de conservación de la energía mecánica</u>

El principio de conservación de la energía mecánica establece que en un sistema aislado, donde solamente existen fuerzas conservativas, la energía mecánica total se mantiene constante, es decir,

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$$

En la figura 1 vemos un bloque de masa m sobre un plano inclinado, sin fricción, a una altura h de la horizontal. Asumimos que la línea de referencia es la horizontal y, por lo tanto, la energía potencial es cero en ese nivel. En la posición inicial, el bloque está en reposo, por lo que su energía cinética en ese punto es cero, $K_o = 0$. Aquí la energía potencial es $U_o = mgh$. Esto significa que la energía mecánica inicial E_o, es $E_o = K_o + U_o = 0 + mgh = mgh = U_o$. En la posición final, la energía potencial del bloque es cero, porque ahora se encuentra al nivel de referencia.

Entonces, su energía mecánica, en esta última posición, es puramente cinética, o sea, $E = K + U = ½mv^2 + 0 = K$. En cualquier punto intermedio entre la posición inicial y la final, el bloque posee ambas energías, sin embargo, si asumimos que no hay fricción, la energía mecánica total en todo el trayecto es constante, o $mgh = ½\ mv^2$. Esto es lo que establece el principio de conservación de la energía mecánica

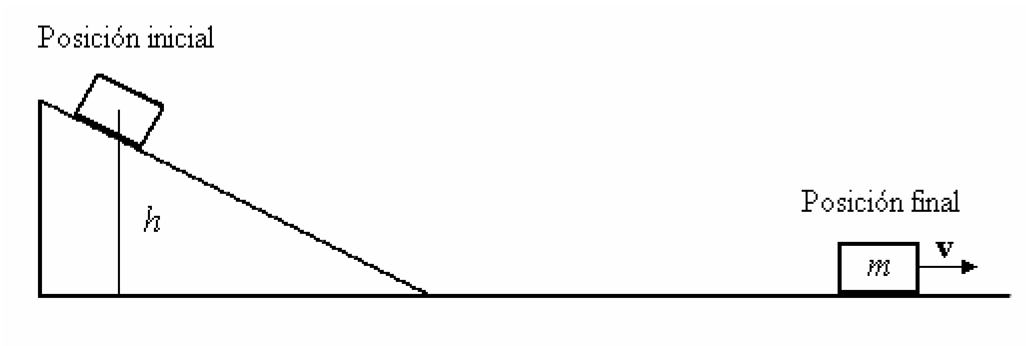

Figura 1 Un bloque se desliza sin fricción por un plano inclinado, a partir del reposo

La definición del trabajo

Cuando un objeto se mueve por la aplicación de una fuerza externa **F**, la fuerza hace un trabajo *W*, sobre el objeto. Esto se calcula con la siguiente ecuación

$$W = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F(r)} \bullet \mathbf{dr} \qquad 1$$

donde $\mathbf{r}_1$ es la posición inicial y $\mathbf{r}_2$, la final. Recordemos que anteriormente estudiamos el producto escalar de dos vectores. En la ecuación 1 vemos el producto escalar de los vectores **F** y **dr**

Si la fuerza externa aplicada es constante, la ecuación se reduce a

$$W = \mathbf{F} \bullet \Delta\mathbf{r} = F\ \Delta r \cos\theta \qquad 2$$

Donde θ es el ángulo entre los vectores **F** y $\Delta\mathbf{r}$. Ver la figura 2

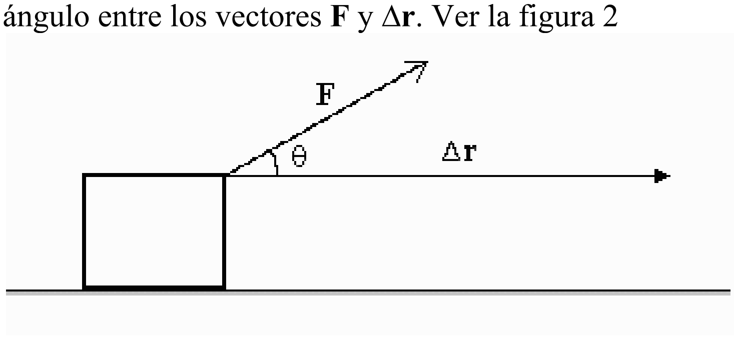

Figura 2 La fuerza constante F hace trabajo sobre el bloque al desplazarlo por el plano

El teorema del trabajo y la energía

Este teorema establece que, en ausencia de fuerzas no conservativas, el trabajo hecho por la resultante de fuerzas externas sobre un cuerpo de masa *m* es igual al incremento en la energía cinética del cuerpo. Podemos escribir esto en forma matemática como:

$$W = K - K_o = \Delta K \qquad 3$$

Si halamos un carrito a lo largo de un plano horizontal, sin fricción, con una fuerza externa constante, el trabajo hecho por la fuerza será igual al cambio en la energía cinética del sistema. Ver la figura 3. Este arreglo es el mismo que usamos en el experimento 5, y ahora nos permitirá verificar el teorema del trabajo y la energía en el laboratorio

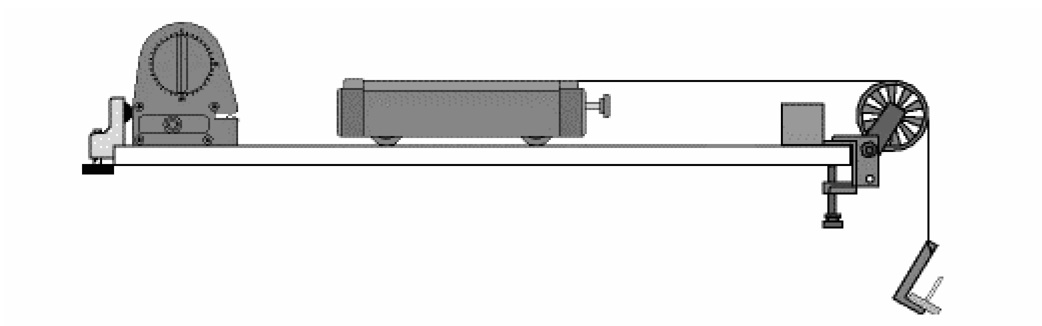

Figura 3 El peso que cae hace trabajo sobre el sistema, el cual aumenta su energía cinética

Ejemplo 1

Dejamos caer un libro de 2.0 kg desde la ventana de un edificio a 10 m de altura. Abajo lo recibe un estudiante de tal forma que la altura final del libro, con respecto al piso, es de 1.5 m. Ver la figura 4

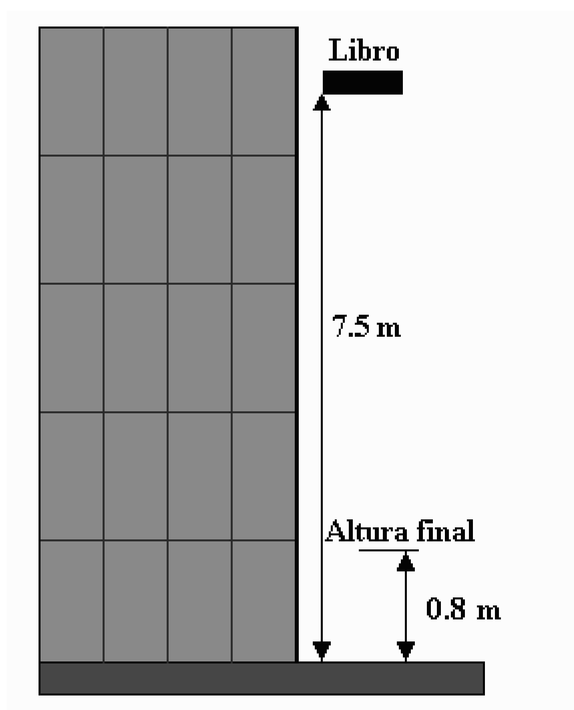

Figura 4 Un libro se suelta desde el reposo a una altura de 10 m. El dibujo no está a escala

Ignorando la fricción con el aire,

a. Calcule la energía potencial del libro antes de soltarlo
b. Calcule la energía cinética del libro justo antes de que lo reciba el estudiante
c. Calcule la velocidad del libro al llegar a las manos del estudiante

Soluciones:

a. $U_o = mgh_o = 2.0 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 10 \text{ m} = 196.2 \text{ J}$

b. El libro no llega al piso, sino que el estudiante lo recibe a 1.5 m de altura. A esta altura todavía tiene cierta energía potencial $U = mgh = 2.0 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 1.5 \text{ m} = 29.43 \text{ J}$. Como estamos ignorando la fricción, la energía total de 196.2 J debe conservarse, $K = U_o - U = 196.2 \text{ J} - 29.43 \text{ J} = 166.8 \text{ J}$

c. $K = 166.8 \text{ J} = ½mv^2$, de donde, $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 166.8}{2.0}} = 12.91 \text{m/s}$

Ejemplo 2

Hay un carro de masa m en la parte más alta de una montaña rusa sin fricción. En ese punto el carro viaja con una rapidez inicial v_o. Ver la figura 5. En términos de m, h y v_o encuentre las expresiones para:
a. La rapidez del carro en los puntos A, B y C, y
b. La altura máxima del carro después de que pasa por el punto C moviéndose hacia la derecha

Soluciones:

a. Al ignorar la fricción, la energía mecánica se conserva. Esto significa que el valor de la energía mecánica inicial total no cambia en todo el trayecto del carro. En el punto inicial el carro tiene energía potencial $U_o = mgh$ y energía cinética $K_o = ½ mv_o^2$, es decir, $E = U_o + K_o = mgh + ½ mv_o^2$. Como el punto A está a la misma altura que el inicial, en ambos puntos el carro tiene la misma energía potencial y la misma energía cinética, por lo tanto su rapidez en A es v_o. La energía mecánica total en B se escribe como:

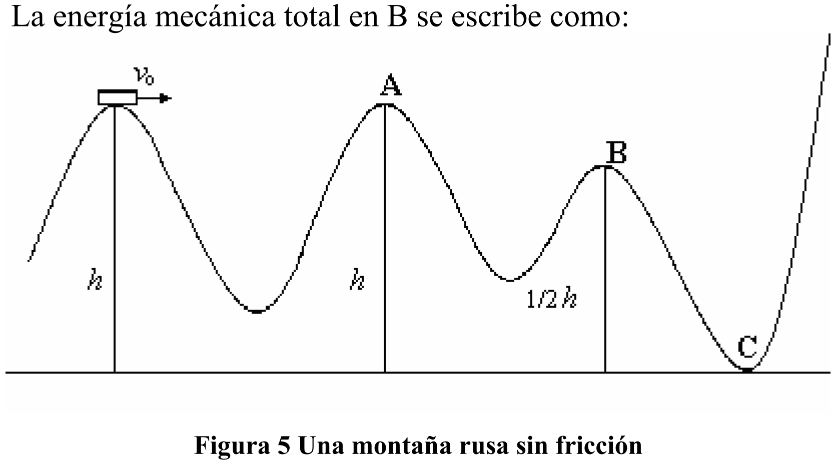

Figura 5 Una montaña rusa sin fricción

$E_B = mg\,(h/2) + ½mv_B^2 = mgh + ½mv_o^2$

De donde podemos despejar v_B como:

$$v_B = \sqrt{v_o^{\,2} + gh}$$

Repetimos el mismo análisis para el punto C, notando que aquí la energía mecánica del carro es puramente cinética, dado que la altura de este punto con respecto al nivel de referencia es cero, entonces,

$$E_C = \tfrac{1}{2}mv_C^{\,2} = mgh + \tfrac{1}{2}mv_o^{\,2}$$

De donde podemos despejar v_C como:

$$v_C = \sqrt{v_o^{\,2} + 2gh}$$

b. En su punto más alto el carro tendrá solamente energía potencial ya que en ese momento su rapidez será cero. Toda la energía cinética que tenía en el punto C se convertirá en energía potencial gravitatoria en su punto de máxima altura, H. Matemáticamente lo expresamos así,

$$\frac{1}{2}m\left(\sqrt{2gh + v_o^{\,2}}\right)^2 = mgH$$

De donde

$$H = h + \frac{v_o^{\,2}}{2g}$$

Ejemplo 3

Arrastramos un bloque de 5.0 kg sobre una superficie horizontal, sin fricción, con una fuerza externa variable. La figura 6 muestra cómo varía esta fuerza en función de la posición del objeto. Calcule el trabajo hecho por esta fuerza si mueve al objeto por una distancia de 8.0 m en línea recta. Asuma que la dirección de la fuerza externa aplicada y el desplazamiento del objeto son paralelos

Solución: Por la definición de trabajo, según lo establece la ecuación 1, sabemos que éste es igual al área bajo la curva de la figura 6. Calcularemos el área total bajo la curva sumando las áreas bajo cada uno de los cuatro segmentos rectos A, B, C y D. Note que la base de las áreas, en los cuatro casos, es la línea de F = 0, es decir, el eje de x. Es por esto que el área es negativa para el segmento D, por encontrarse debajo del eje mencionado

Segmento A: W = 10 (N) × 2 (m) = 20 J

Segmento B: En esta parte necesitamos encontrar la ecuación que relaciona a la fuerza con la posición del objeto. Es un ejercicio sencillo de precálculo y consiste en deducir la ecuación de una recta apoyada en dos puntos. Estos puntos son los extremos de la recta del segmento B, es decir, (2, 10) y (4, 0). Como el movimiento es en una dimensión podemos representar la posición con la letra x. En tal caso la ecuación buscada es la siguiente:

$F(x)$= -5x + 20 N,   2 m < x < 4 m

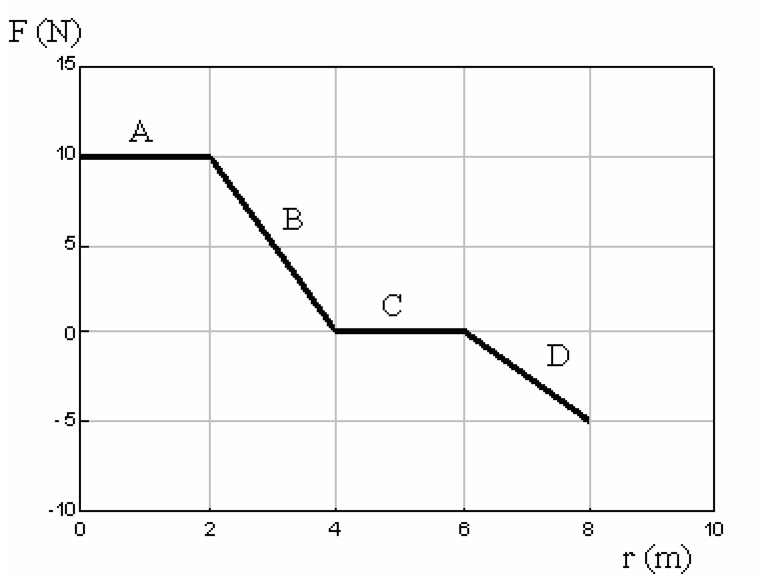

Figura 6 Variación de una fuerza como función de la posición de un objeto

Usando ahora la ecuación 1 calculamos el trabajo buscado en este segmento,

$$W = \int_{2}^{4} (-5x + 20)dx = 10 \text{ J}$$

Segmento C: Aquí el trabajo es cero porque en este segmento $F = 0$

Segmento D: Nuevamente necesitamos la ecuación de la fuerza en función de la posición y luego el cálculo de la integral. Encontramos que la fuerza y la posición se relacionan como:

$$F(x) = -\frac{5}{2}x + 6 \text{N}, \quad 6 \text{ m} < \text{x} < 8 \text{ m}$$

Por lo tanto el trabajo es:

$$W = \int_{6}^{8} (-\frac{5}{2}x + 6)dx = -5 \text{ J}$$

El trabajo total en la distancia recorrida de 8 m es la suma de estos trabajos para cada segmento, o sea, 20 J + 10 J - 5 J = 25 J. Gracias a que en este ejercicio los cuatro segmentos de la gráfica de *F vs*. *r* son rectos sería posible calcular las áreas sin necesidad de usar integrales. Sugerimos al estudiante que lo repita de esta forma simplificada, notando que el área de cada rectángulo, en el cuadriculado de la gráfica, es de 2 m × 5 N =10 J

Materiales y equipo

Balanza
Bloque de madera (parachoques)
Interfaz Pasco 750
Pedazo de hilo de 1.2 m de longitud
Pista con carrito

Polea inteligente con abrazadera
Porta masas
Sensor de fuerza
Sensor de movimiento
Sistema computarizado y programa “Data Studio”
Sistema de masas

Procedimiento

Conservación de la energía

1. Asegúrese de que en su mesa de trabajo hay dos planos como se muestra en la figura 7. El plano de la izquierda está ligeramente inclinado, mientras que el de la derecha está horizontal. La elevación del plano inclinado está exagerada, en la figura 7, con el propósito de hacer visible su desnivel. En el extremo derecho se encuentra el sensor de movimiento. Compruebe que el tramo horizontal está nivelado. De no ser así, utilice el tornillo de nivelación bajo la pista y hágalo girar hasta conseguir que el carrito permanezca quieto en cualquier punto del tramo horizontal
2. Mida la altura h_0 y escriba su valor en la tabla 1 del informe de laboratorio

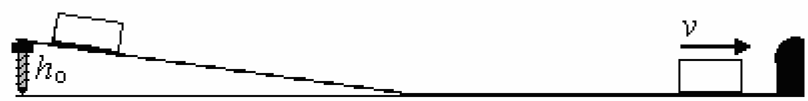

Figura 7 Un carrito desliza sin fricción por un plano inclinado

3. Conecte el sensor de movimiento a la interfaz
4. Calibre el sensor de movimiento, de ser necesario. Las instrucciones para calibrarlo están en el apéndice, en la sección que explica cómo usar *DataStudio*. Es aconsejable seleccionar una frecuencia de disparo de 20 y escoger *haz angosto*
5. Seleccione *Gráfico* en la ventanilla de *Pantallas* y escoja graficar la posición como función del tiempo.
6. Coloque el carrito en el extremo superior de la rampa y libérelo desde el reposo no sin antes haber pulsado la tecla de *Inicio*
7. Detenga el carrito antes de que choque con el sensor de movimiento y pulse la tecla *Detener*
8. A partir de la gráfica encuentre la pendiente de la línea diagonal que corresponde al movimiento del carrito por el tramo horizontal de la pista. Ver la figura 8. Escriba el valor de la velocidad del carrito, obtenida a partir de la pendiente de la gráfica, en la columna correspondiente de la tabla 1 del informe
9. Calcule la energía potencial inicial del carrito y escriba su valor en la tercera columna de la tabla 1 del informe. Use un valor de 9.8 m/s^2 para la aceleración de la gravedad
10. Calcule la energía cinética del carrito y añada su valor en la tabla 1

11. Calcule el error porcentual (% error) entre las dos energías usando la siguiente ecuación

$$\% \text{ Error} = \frac{|U-K|}{U} \times 100$$

12. Repita el experimento cuatro veces mas y complete la tabla 1 con sus datos. No cambie el valor de h_0

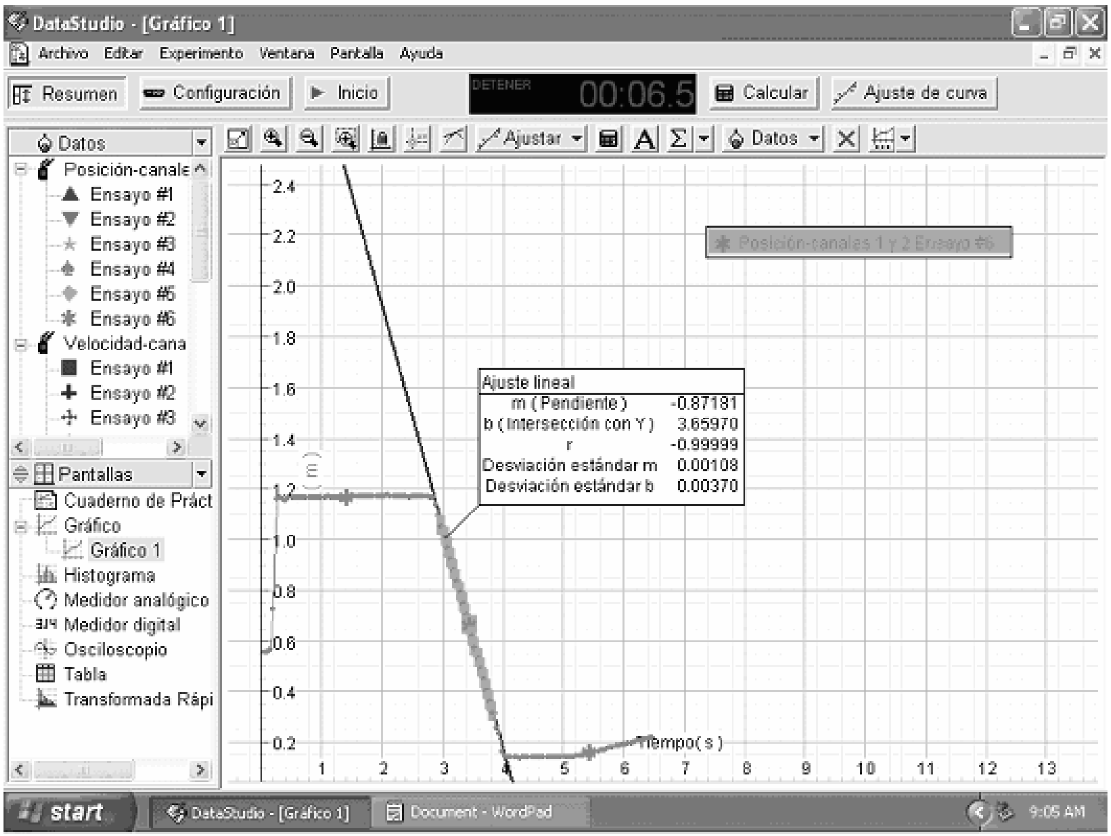

Figura 8 Gráfica de *posición* vs. *tiempo* del carrito. Su velocidad es la pendiente de la recta

<u>El teorema del trabajo y la energía</u>

1. Verifique que en su mesa de trabajo se encuentra el equipo dispuesto como en la figura 9, y que la polea inteligente está configurada para medir *posición* y *velocidad*
2. Mida las masas del carrito y del sensor de fuerza
3. Oprima el botón para tarar el sensor de fuerza mientras aguanta con la mano el porta masas suspendido al extremo del hilo, es decir, sin que haya fuerza alguna sobre el sensor
4. Seleccione una gráfica de *fuerza* vs. *posición* y otra de *velocidad* vs. *posición*
5. Coloque una masa de 10 g en el porta masas

6. Oprima el botón de *Inicio* y libere el carrito a partir del reposo, desde el extremo más alejado de la polea inteligente
7. Sujete el carrito antes de que choque contra la polea inteligente y oprima la tecla *Detener*

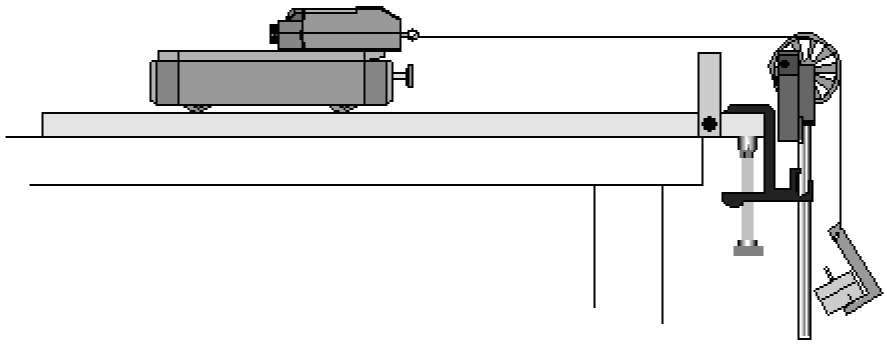

Figura 9 Un carrito viaja por un plano horizontal, sin fricción

Preguntas

Contestar correctamente antes de hacer el experimento

1. Aplicamos una fuerza constante de 10 N a una caja en una dirección de 37° con respecto a la horizontal. La caja se mueve una distancia de 5 m. Ver la figura 10. El trabajo hecho por la fuerza es de:

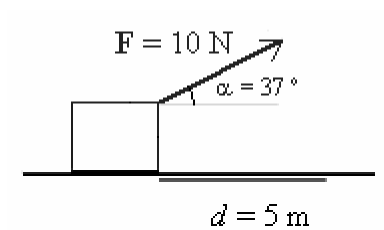

Figura 10 Pregunta 1

   (a) 40 J
   (b) 30 J
   (c) 50 J
   (d) 37.6 J

2. Aplicamos sobre una partícula una fuerza dada por la siguiente expresión: $F(x) = 3x^3 - 5$, donde x representa la posición en m y F está en N. El trabajo que hace esta fuerza para mover a la partícula entre los puntos: $x = 4$ m y $x = 7$ m es de
   (a) 832 J
   (b) 1594 J
   (c) 6420 J
   (d) 76 J

3. Una fuerza está dada por la siguiente expresión: $\boldsymbol{F} = (6\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$ N. Aplicamos esta fuerza sobre una partícula y esta sufre un desplazamiento dado por $\mathbf{s} = (3\mathbf{i} + \mathbf{j})$ m. El trabajo hecho por esta fuerza es de

(a) 18 J
(b) -2J
(c) 16 J
(d) 0 J

4. Aplicamos la siguiente fuerza: $\boldsymbol{F} = (6\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$ N sobre una partícula. Como consecuencia esta sufre el siguiente desplazamiento: $\mathbf{s} = (3\mathbf{i} + \mathbf{j})$ m. El ángulo entre $\boldsymbol{F}$ y $\boldsymbol{s}$ es de
   (a) 56.3°
   (b) 12.1°
   (c) 45.8°
   (d) 36.9°

5. Usted deja caer un libro de 2.5 kg, a partir del reposo, desde una altura de 7.5 m. Un estudiante lo recibe a una altura de 0.8 m desde el piso. Ver la figura 11. Si el nivel de referencia de energía potencial cero es el piso, la energía potencial inicial del libro es de:

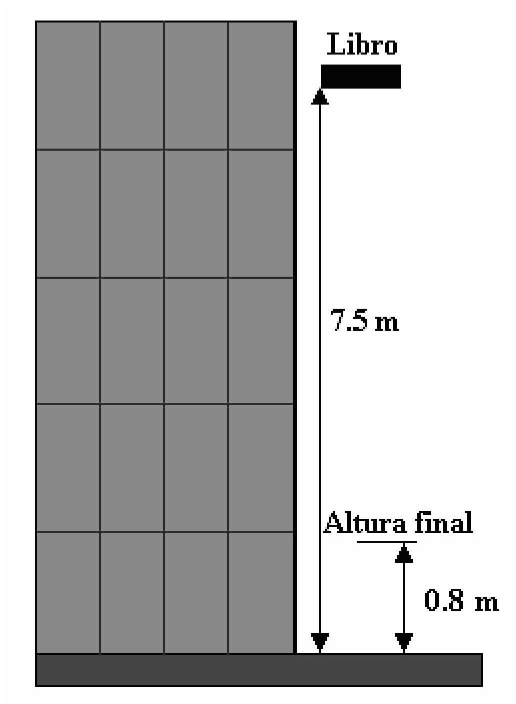

Figura 11 Pregunta 5

   (a) 24.5 J
   (b) 73.5 J
   (c) Cero porque el libro está en reposo
   (d) 184 J

6. La energía cinética del libro del problema 5 justo un instante antes de caer en la mano del estudiante que lo recibe abajo es de
   (a) 164 J

(b) 29.4 J
(c) 196.5 J
(d) 30.5 J

7. La velocidad del libro de los problemas 5 y 6 justo antes de caer en la mano del estudiante es de
   (a) 14.0 m/s
   (b) 5.4 m/s
   (c) 11.5 m/s
   (d) 0 m/s

8. Un bloque de 2.0 kg se mueve en línea recta, sobre una superficie horizontal sin fricción, gracias a la aplicación de una fuerza cuya magnitud cambia con la posición del bloque según muestra la gráfica de la figura 12. El trabajo que hace esta fuerza para mover al bloque de 0.2 m a 0.4 m es de
   (a) 0.2 J
   (b) 0.4 J
   (c) cero, porque la fuerza es constante
   (d) 1.0 N

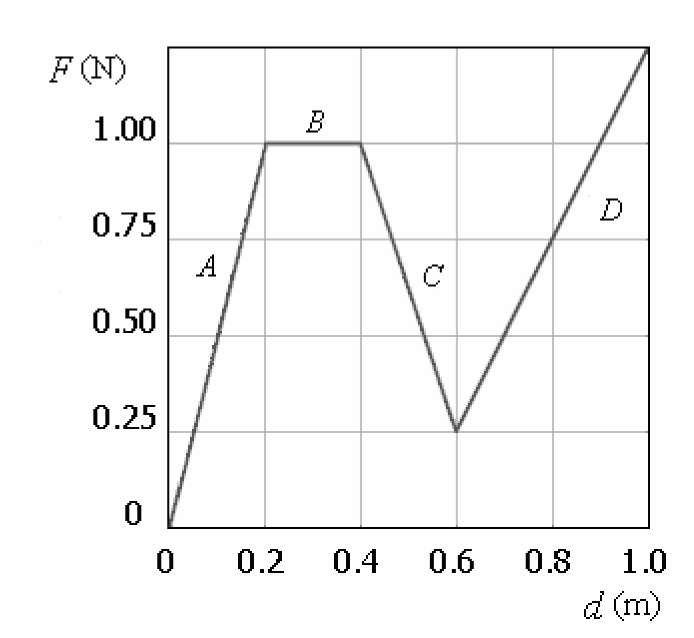

Figura 12 Pregunta 8

9. Un carro de una montaña rusa, sin fricción, se encuentra a una altura *h* viajando con una rapidez v_o = 10 m/s. Ver la figura 13. Asuma que *h* = 20 m. La rapidez del carro en el punto A es de
   (a) 5 m/s
   (b) 20 m/s
   (c) 10 m/s
   (d) 1 m/s

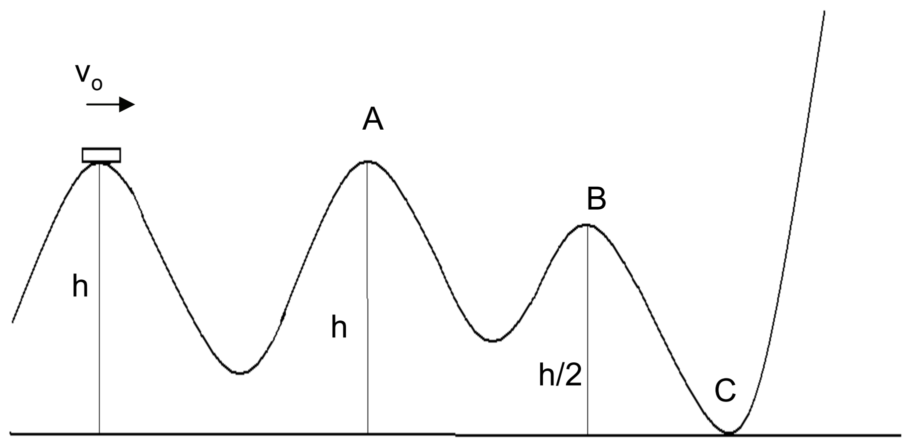

Figura 13 Pregunta 9

10. La rapidez del carro del problema 9 en el punto B de la montaña rusa es de
    (a) 20 m/s
    (b) 14 m/s
    (c) 8.2 m/s
    (d) 20 m

Informe del Experimento 6. La conservación de la energía y el teorema del trabajo y la energía

Sección_______ Mesa _______

Fecha: ____

Estudiantes:

1. ____

2. ____

3. ____

4. ____

Conservación de la energía

Masa del carrito, m = __________kg

Recuerde usar $g = 9.8$ m/s^2 para calcular la energía potencial

Tabla 1. Presentación de los datos para el primer ejercicio

	Altura inicial h_0 (m)	Energía potencial $U = mgh$ (J)	Velocidad (pendiente de la gráfica) (m/s)	Energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ (J)	% Error
1					
2					
3					
4					
5					
Promedio					

El teorema del trabajo y la energía

1. En la gráfica de *fuerza* vs. *posición* elegir dos posiciones y encontrar el área debajo de la recta. Éste es el trabajo hecho para mover la masa total del sistema M desde la posición 1 a la posición 2

2. En la gráfica de *velocidad* vs. *posición* determine la velocidad del carro en las dos posiciones elegidas arriba y calcule la energía cinética que corresponde a cada posición

3. Calcular el cambio en la energía cinética cuando el carro se mueve de la posición 1 a la posición 2

4. Compare el valor del área bajo la recta con el que usted calculó en el paso 3

5. Repetir el experimento ahora con 20 g suspendidos del porta masas

6. Incluya todos sus cálculos en el espacio provisto en seguida

Tabla 2. Presentación de los datos para el segundo ejercicio

Masa total (carro + sensor de fuerza) (kg)	Masa suspendida (kg)	Trabajo (J)	Cambio en energía cinética (J)	Diferencia relativa porcentual %
	Porta masas + 10 g			
	Porta masas + 20 g			

Preguntas

1. Una fuerza de 10 N se aplica a una caja en ángulo de 37° con la horizontal. Ver la figura 1. La caja recorre una distancia de 5 m. Calcule el trabajo hecho por la fuerza. Asumir que no hay fricción

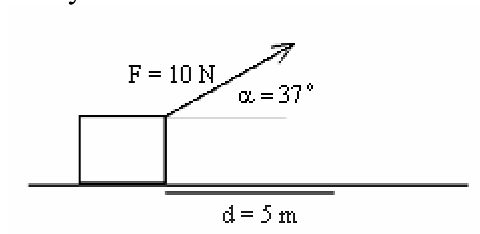

Figura 14 Una caja se mueve debido a la aplicación de una fuerza

2. Si una fuerza aplicada sobre un cuerpo varía con la posición según $F(x) = 2x^2 - 1$, donde está x en m, y F en N ¿cuánto trabajo hace esta fuerza si el cuerpo se mueve desde $x = 1$ m a $x = 4$ m?

Conclusiones