Experimento 7

MOMENTO LINEAL

Objetivos

1. Verificar el principio de conservación del momento lineal en colisiones inelásticas, y
2. Comprobar que la energía cinética no se conserva en colisiones inelásticas

Teoría

En este experimento introduciremos el concepto de momento lineal, también conocido como cantidad de movimiento, o momentum, y aprenderemos a distinguir entre colisiones elásticas e inelásticas. Estudiaremos lo que sucede con el momento lineal y la energía cinética total de un sistema formado por dos carritos que se mueven sobre una pista horizontal sin fricción y sufren una colisión elástica o inelástica. Recordemos que cuando un cuerpo de masa m viaja con una velocidad instantánea $\mathbf{v}$, su momento lineal es $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Notemos que $\mathbf{p}$ es un vector. También recordemos que este mismo cuerpo posee una energía cinética $K = ½\ mv^2$, la cual es un escalar

<u>Colisiones inelásticas</u>

La figura 1 muestra dos carritos de masas m_1 y m_2 respectivamente, que viajan con velocidades iniciales, constantes, $\mathbf{v}_{1i}$ y $\mathbf{v}_{2i}$ hacia una colisión. Asumimos que $v_{1i} > v_{2i}$ y que la pista sobre la que viajan es horizontal y sin fricción. Como en este sistema la resultante de fuerzas externas es cero, el momento lineal total antes de la colisión es igual al momento lineal total después de la colisión, según el principio de conservación del momentum. Esto se expresa con la ecuación 1

$$m_1\mathbf{v}_{1\,i} + m_2\mathbf{v}_{2\,i} = m_1\mathbf{v}_{1\,f} + m_2\mathbf{v}_{2\,f} \qquad 1$$

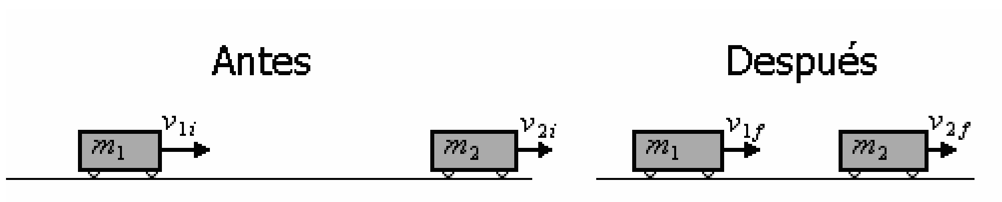

Figura 1 Dos carritos sufren una colisión parcialmente inelástica

Donde $\mathbf{v}_{1f}$ y $\mathbf{v}_{2f}$ son las velocidades finales después de la colisión. Como estamos asumiendo que esta es una colisión inelástica, la energía cinética no se conserva. Si conocemos las masas y las velocidades iniciales, podemos medir una de las velocidades finales y deducir la otra despejándola de la ecuación 1. En este caso particular, donde el movimiento ocurre en una dimensión, podemos trabajar con las magnitudes de las velocidades, sin necesidad de tomar en cuenta su carácter vectorial. La figura 2 muestra un tipo de colisión, llamada totalmente inelástica, en la que los carritos quedan unidos después de ella. Esto significa que, una vez se da la colisión, los carritos se mueven juntos con una velocidad final común. En el laboratorio haremos el experimento con el carrito de masa m_2 en reposo mientras disparamos el de masa m_1 con una velocidad inicial conocida v_{1i}. Luego de la colisión los carritos viajan juntos con una velocidad v_f. Aplicando el principio de conservación del momento lineal a esta situación, obtenemos la ecuación 2

$$m_1 \mathbf{v}_{1\,i} = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_f \qquad 2$$

Si medimos v_{1i} podemos obtener el valor de v_f despejándolo de esta ecuación

<u>Colisiones elásticas</u>

La figura 3 muestra una situación general en la que asumimos un choque elástico. Antes de la colisión los carritos viajan en direcciones opuestas con velocidades iniciales v_{1i} y $v_{2\,i}$ respectivamente, y se acercan mutuamente

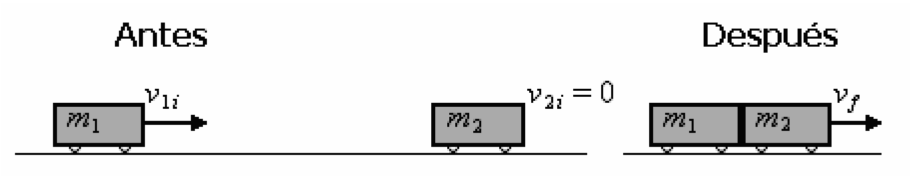

Figura 2 Dos carritos sufren una colisión totalmente inelástica

Después de la colisión, en la que la energía cinética total así como el momento lineal total del sistema se conservan, los dos carritos terminan con velocidades opuestas alejándose entre sí

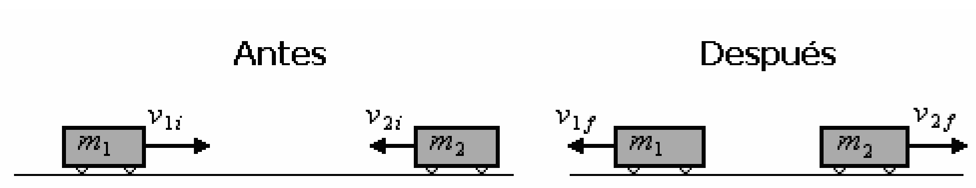

Figura 3 Colisión elástica con ambos carritos

En este tipo de colisión se cumplen las ecuaciones 3 y 4. La ecuación 3 es el resultado del establecimiento de la conservación del momento lineal total, mientras que la 4, es el principio de conservación de la energía

$$m_1\mathbf{v}_{1\,i} + m_2\mathbf{v}_{2\,i} = m_1\mathbf{v}_{1\,f} + m_2\mathbf{v}_{2\,f} \qquad 3$$

$$\tfrac{1}{2}\, m_1 v_{1\,i}^{\;2} + \tfrac{1}{2}\, m_2 v_{2\,i}^{\;2} = \tfrac{1}{2}\, m_1 v_{1\,f}^{\;2} + \tfrac{1}{2}\, m_2 v_{2\,f}^{\;2} \qquad 4$$

Aquí v_{1f} y $v_{2\,f}$ son las velocidades finales de los carritos. Ambas ecuaciones pueden resolverse simultáneamente para despejar las velocidades finales, en función de las velocidades iniciales y las masas de los carritos, que se asumen conocidas, con lo que obtenemos las ecuaciones 5 y 6

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 - m_2} v_{2i} \qquad 5$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} \qquad \mathbf{6}$$

Ejemplo 1

Supongamos que tenemos un arreglo como el de la figura 4, que consiste en dos esferas sólidas de masas m_1 = 30 g y m_2 = 75 g, suspendidas por su parte superior por hilos sin masa. Originalmente las esferas están en contacto mutuo, con sus hilos verticales y paralelos. Acto seguido tomamos la masa m_1 y la desplazamos lateralmente hacia la izquierda hasta alcanzar una altura h_1 = 8.0 cm. Soltamos m_1 desde esa altura, con velocidad inicial cero. La masa m_1 regresa a su posición inicial de equilibrio y choca elásticamente con m_2 al final de su recorrido hacia la derecha. Deseamos calcular la velocidad de la masa m_1 justamente antes de su choque elástico con m_2

Solución: Durante esta parte del movimiento se conserva la energía mecánica porque asumimos que las posibles fuerzas de fricción son despreciables. Por lo tanto, la energía potencial inicial de m_1 es igual a su energía cinética final, es decir,

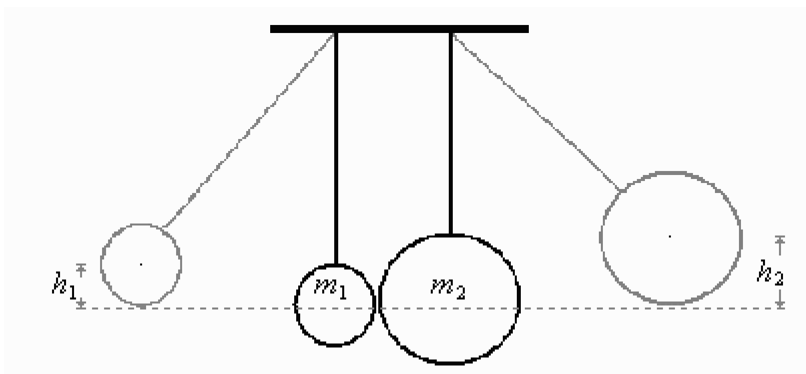

Figura 4 Sistema de masas de los ejemplos 1, 2, 3, 4 y ejercicio 1

$$m_1gh_1 = ½\, m_1v_{1i}^2$$

De donde

$$v_{1i} = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2\times 9.81\times 0.08} = 1.25 \text{ m/s}$$

Ejemplo 2

Vamos a referirnos al caso del ejemplo 1. Ahora calculemos la velocidad con la que viaja la masa m_1 luego de chocar con la m_2

Solución: Debemos reconocer que esta pregunta se refiere a la velocidad v_{1f} de la ecuación 5 en la que v_{2i} = 0, por lo tanto,

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{30-75}{30+75} \times 1.25 = -0.54 \text{ m/s}$$

Debemos notar que esta velocidad tiene signo negativo, lo que significa que m_1 viaja hacia atrás, es decir, rebota con m_2. Este resultado era de esperarse en vista de que $m_2 > m_1$

Ejemplo 3

Seguimos refiriéndonos al caso del ejemplo 1. Ahora deseamos calcular el valor de la velocidad con la que se mueve m_2 luego de recibir el impacto de m_1

Solución: Nuevamente vemos que este problema tiene solución con una ecuación ya desarrollada, se trata de la 6, en la que $v_{2i} = 0$, entonces

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{2 \times 0.030}{0.030 \times 0.075} \times 1.25 = 0.71 \text{ m/s}$$

Ejemplo 4

Por último vamos a calcular la altura máxima que alcanzará la masa m_2 en su movimiento hacia la derecha como consecuencia del impacto recibido por parte de la masa m_1

Solución: En este caso recurrimos al principio de conservación de la energía mecánica, igual que en el ejemplo 1. La energía cinética inicial de la masa m_2 se va a convertir en energía potencial final

$$\tfrac{1}{2}\, m_2 v_{2f} = m_2 g h_2$$

De dónde

$$h_2 = \frac{v_{2f}^{\;2}}{2g} = \frac{(0.71)^2}{2 \times 9.8} = 0.026 \text{ m} = 2.6 \text{ cm}$$

Ejercicio 1

Dejaremos ahora que el estudiante encuentre la altura máxima a la que va a llegar la masa m_1 en su movimiento hacia la izquierda una vez rebote al chocar contra la masa m_2

Resp. 1.5 cm

Ejemplo5

Un péndulo balístico es un aparato que sirve para medir la velocidad de una bala al salir de un rifle. Consiste en un bloque de madera, suspendido en posición horizontal mediante dos hilos atados cerca de sus extremos. Ver la figura 5. La bala se dispara contra el bloque y queda incrustada en él. Como consecuencia el bloque trata de moverse en la misma dirección que la bala pero, al estar atado, sólo logra subir un poco. Sabiendo la masa de la bala, la del bloque y la altura final del bloque es posible deducir el valor de la velocidad de la bala, usando los principios de conservación del momentum lineal y la energía mecánica. Supongamos que la masa de la bala es de 9.5 g, la del bloque, de 5.4 kg, y la altura final del bloque, 6.3 cm, ¿cuál es la velocidad inicial de la bala?

Solución: En el proceso de colisión se conserva el momento lineal del sistema, es decir, el momento inicial de la bala es igual al momento lineal final del bloque con la bala incrustada en él. En ecuaciones,

$$mv = (m + M)V$$

$$v = \frac{(m + M)V}{m}$$

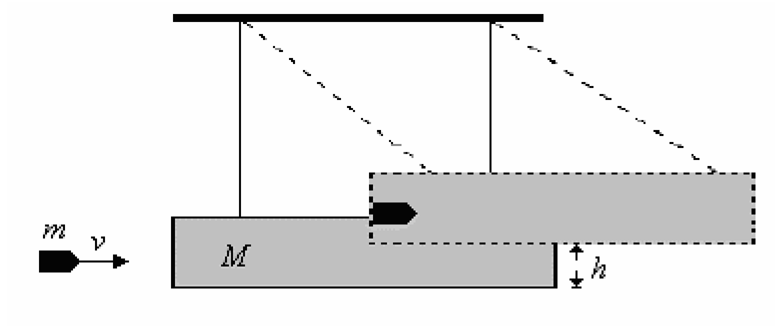

Figura 5 El péndulo balístico

En el resto del proceso se conserva la energía mecánica total del sistema, es decir, la energía cinética inicial del péndulo, con la bala incrustada en él, es igual a su energía potencial final. En ecuaciones,

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh$$

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.063} = 1.1 \text{ m/s}$$

Sustituimos esta velocidad en la ecuación obtenida por conservación del momento y obtenemos,

$$v = \frac{(m + M)V}{m} = \frac{(0.0095 + 5.4)}{0.0095} \times 1.1 = 626 \text{ m/s}$$

<u>Ejemplo 6</u>

Calcular el momento lineal de un automóvil que tiene una masa de 1000 kg y viaja a 60 km/h

Solución: Este es un ejercicio de simple sustitución porque tenemos los datos necesarios para calcular la cantidad desconocida, entonces,

$$p = mv = 1000 \times 60 \times (1000/3600) = 1.67 \times 10^4 \text{ kg m/s}$$

<u>Ejemplo 7</u>

Suponga que usted tiene una masa de 80 kg. Calcule la rapidez a la que tiene que viajar para adquirir un momento lineal igual al del automóvil del ejemplo 6. Exprese el resultado en km/h

Solución:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{(1000 \text{ kg})(60 \text{ k/h})}{80 \text{ kg}} = 750 \text{ km/h}$$

Ejemplo 8

Dos carritos cuyas masas son: m_1 = 1.6 kg y m_2 = 2.4 kg viajan sobre una superficie horizontal, sin fricción, con velocidades constantes v_{1i} = 5.5 m/s y v_{2i} = 2.5 m/s. El carrito de masa m_1 alcanza al de masa m_2 y choca con él. Como resultado de esta colisión, el carrito de masa m_2 adquiere una nueva velocidad v_{2f} = 4.9 m/s Encuentre la velocidad final del carrito de masa m_1, después de la colisión. Ver la figura 7-6. A la luz de su resultado determine si la colisión fue elástica

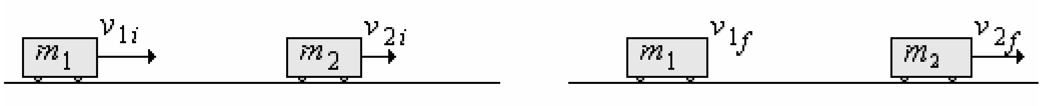

Figura 6 El carrito de masa m_1 alcanza y choca con el de masa m_2

Solución: Al no haber fricción y estar la pista horizontal, la fuerza externa resultante es cero, por lo que se conserva el momentum lineal total del sistema

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$v_{1f} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} - m_2 v_{2f}}{m_1}$$

$$= \frac{1.6\times 5.5 + 2.4\times 2.5 - 2.4\times 4.9}{1.6} = 1.9 \text{ m/s}$$

Para saber si la colisión fue elástica debemos corroborar si la energía cinética total del sistema antes de la colisión es igual a la energía cinética total después de la colisión

$$\text{Antes:}\quad \frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}\times 1.6\times 5.5^2 + \frac{1}{2}\times 2.4\times 2.5^2 = 31.7 \text{ J}$$

$$\text{Después:}\quad \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2}\times 1.6\times 1.9^2 + \frac{1}{2}\times 2.4\times 4.9^2 = 31.7 \text{ J}$$

Como las energías son iguales, el choque es 100% elástico

Materiales y equipo

Sensor de fuerza
Sensor de movimiento
Soporte accesorio
Balanza
Carros para colisión (2)
Riel horizontal
Sistema de computadora con *DataStudio*

Procedimiento

Colisiones Inelásticas

1. Asegurarse de que la pista sin fricción está horizontal
2. Colocar el sensor de movimiento en un extremo de la pista
3. Medir la masa de cada uno de los dos carros y escribir su valor en el informe

4. Colocar los carros en la pista de modo que el velcro los mantenga unidos después de la colisión, como se ilustra en la figura 2
5. Colocar el sensor de modo que pueda medir el movimiento del primer carro mientras se mueve hacia el segundo y choca con él. Asegúrese de que el segundo carro esté en reposo antes de la colisión
6. Seleccionar *gráfico* y elegir graficar la *velocidad* en función del *tiempo*
7. Comenzar el programa y dar al primer carro un empuje leve. Detener el programa una vez los carros alcancen el extremo lejano de la pista
8. Utilizar la *herramienta inteligente* (El sexto botón de izquierda a derecha en la parte superior de la ventana de la figura 7), para determinar la velocidad del carro 1 antes de la colisión, v_{1i}, y la velocidad, V, de los carros viajando juntos después de la colisión. Con este botón se dispone de un cursor que permite determinar el valor de la velocidad del carro antes y después de la colisión a partir de la gráfica de v vs. t

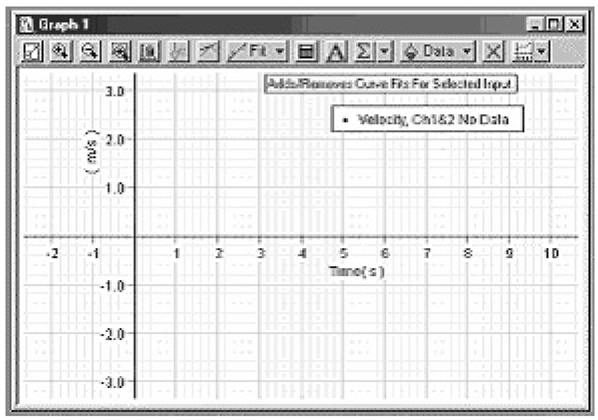

Figura 7 Con el botón de 'herramienta inteligente' se puede determinar la velocidad del carro

9. Calcular la velocidad de los carros después de la colisión, a partir de la teoría, usando el valor de la velocidad del carro 1, antes de la colisión, obtenido en la gráfica
10. Calcular la diferencia relativa porcentual entre ambas velocidades finales
11. Repetir los pasos del 7 al 10 para una nueva velocidad inicial del carro 1
12. Incluir sus gráficas en su informe de laboratorio

Preguntas

Contestar correctamente antes de hacer el experimento

1) Una pelota de 600 g viaja a 24 km/h. Su momento lineal es de:
   a. 14,400 kg m/s
   b. 14.4 kg m/s
   c. 144 g km/h
   d. Falta la fuerza
   e. 4 kg m/s

2) Un objeto de 3 kg tiene un momento lineal de 54 kg km/h. Su velocidad es de:
   a. 162 m/s
   b. 5 m/s
   c. 18 km/s
   d. 0.0154 m/s
   e. Hay que convertir a gramos

3) El peso de una estudiante es de 100 lb. Ella corre los 100 m planos en 12.5 s. Su momento lineal es de: (Recuerde que 1 lb = 4.448 N)
   a. 800 kg m/s
   b. 3,558 kg m/s
   c. 363 kg m/s
   d. 800 lb km/h
   e. Falta la aceleración

4) Tenemos dos bloques que viajan sobre una superficie horizontal sin fricción. Ver la figura 8. Suponga que m_1 = 400 g, m_2 = 500 g, v_{1i} = 60 cm/s y v_{2i} = 0. El momento lineal total es:

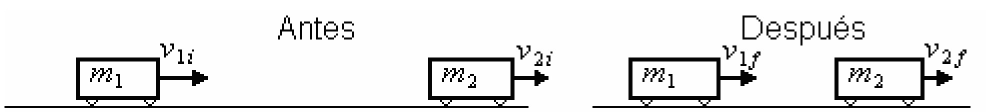

Figura 8. Dos bloques que sufren una colisión elástica en una dirección

   a. 0.24 kg m/s
   b. 24 kg m/s
   c. Falta el momento del segundo bloque
   d. Cero
   e. 0.54 kg m/s

5) Después del choque, el bloque de masa m_1 se mueve hacia la izquierda con rapidez de 6.7 cm/s. Ver la figura 8. La velocidad del bloque de masa m_2 es:
   a. La misma que antes del choque
   b. 0.533 m/s
   c. 0.427 m/s
   d. Necesitamos saber la energía cinética
   e. – 0.067 m/s

6) Asuma que los mismos bloques del problema 4 de este cuestionario, están en las mismas condiciones antes del choque pero se quedan pegados después de él. Es decir, viajan juntos hacia la derecha. La velocidad con la que se mueven después del choque es de:
   a. 0.48 m/s
   b. 26.7 cm/s
   c. 26.7 m/s
   d. 0.6 m/s
   e. Una combinación de las masas

7) Asuma que los dos bloques del problema 4 de este examen tienen la misma masa de 560 g cada una. El bloque de masa m_1 viaja hacia la derecha con una velocidad de 30 cm/s, choca elásticamente con el segundo bloque y se queda en reposo. La velocidad del segundo bloque es de:
   a. Cero
   b. 0.30 m/s
   c. Se quedan pegados
   d. 30 m/s
   e. Faltan datos para calcularla

8) La energía cinética de una bala de 75 g es de 6,000 J. Su velocidad es de:
   a. 12.65 m/s
   b. 400 m/s
   c. 400 km/h
   d. Faltan datos
   e. 12.65 km/h

9) El momento lineal de la bala del problema 8 de este examen es de:
   a. 0.95 kg m/s
   b. 8.33 kg m/s
   c. Cero
   d. 30 kg m/s
   e. 0.95 kg km/h

10) Para que el momento lineal de un sistema de cuerpos en movimiento se conserve es necesario que:
   a. La fuerza externa resultante sea cero
   b. Las masas de los cuerpos sean iguales
   c. La energía cinética se conserve
   d. Los choques sean elásticos
   e. Los choques sean inelásticos

Informe del Experimento 7. Momento lineal

Sección_______ Mesa _______

Fecha: ____

Estudiantes:

1. ____

2. ____

3. ____

4. ____

m_1 = ________________________kg m_2 = _____________________kg

Tabla 1. Datos y resultados

Ensayo	v_{1i} (m/s) (de la gráfica)	V (m/s) (de la gráfica)	V (m/s) (de la teoría)	Diferencia relativa porcentual de las velocidades finales
1				
2				

Preguntas:

1. Un carro con masa de 340 g se mueve en una pista horizontal, sin fricción a una velocidad inicial de 1.2 m/s cuando experimenta una colisión elástica con un carro en reposo de masa desconocida. Después de la colisión, el primer carro continúa en su dirección original a 0.66 m/s
    a. ¿Cuál es la masa del segundo carro?
    b. ¿Cuál es su velocidad después del impacto?

2. Derivar las ecuaciones 5 y 6 a partir de las ecuaciones 3 y 4. Incluir todos los pasos del proceso