Experimento 8

EL CIRCUITO RC

Objetivos

1. Describir los aspectos básicos del circuito RC
2. Explicar y describir la dependencia del voltaje y la corriente con respecto al tiempo en los procesos de carga y descarga de un capacitor a través de una resistencia
3. Verificar las ecuaciones de $V_C(t)$ *vs*. t para la carga y descarga de un capacitor

Teoría

Un *capacitor* es un elemento básico de circuito. En su versión más simple consiste en dos placas metálicas paralelas entre sí, de área A, separadas una distancia d, por un material aislante. Ver la figura 1

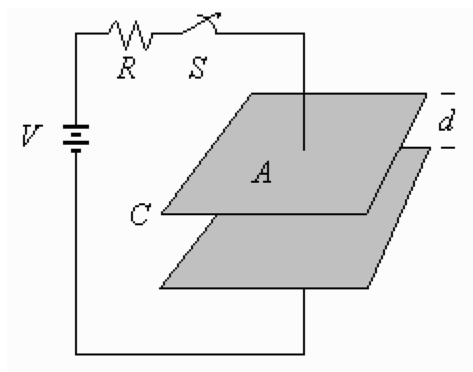

Figura 1 Un capacitor de placas planas paralelas

En este caso, el aislante entre las placas es aire, pero puede ser cualquier material tal como plástico, mica, papel, etc. siempre y cuando no sea un conductor. Consideremos el caso de un capacitor C, conectado a una fuente de voltaje directo V, como una batería, en serie con una resistencia R y un interruptor S. Al cerrar el interruptor la carga se transfiere paulatinamente hacia las placas. Como consecuencia de esta transferencia de carga, el voltaje a través de las placas aumenta proporcionalmente hasta igualar el de la batería. En cualquier momento la carga q, almacenada en las placas del capacitor, es directamente proporcional al voltaje V_C entre ellas, es decir, $q \propto V_C$. Esta relación de proporcionalidad se convierte en una ecuación cuando multiplicamos el voltaje V_C por una constante, precisamente, la llamada constante de proporcionalidad que, en este caso, es la capacitancia del capacitor, C. De esta manera, la ecuación que define el comportamiento eléctrico del capacitor es,

$$q = CV \qquad 1$$

La unidad de *capacitancia* en el Sistema Internacional (SI) es el *faradio*, abreviado F. Un faradio es el cociente entre un culombio y un voltio, es decir, 1F = 1C/1V. Esta unidad resulta demasiado grande para los capacitores comunes por lo que generalmente hablamos de μF (microfaradios, 10^{-6} F), nF (nanofaradios 10^{-9} F) y pF (picofaradios 10^{-12} F). El tiempo τ, de carga, o descarga, de un capacitor depende del valor de la capacitancia y de la resistencia en el circuito, tal que $\tau = RC$. Al tiempo τ se le conoce también como *constante de tiempo*, *tiempo de relajación*, o *tiempo característico* del circuito *RC*. En este ejercicio de laboratorio vamos a estudiar los procesos de carga y descarga de un capacitor alimentado por una fuente de voltaje directo, constante, a través de una resistencia. La figura 2 muestra el circuito típico con el que trabajaremos. Tiene dos lazos, una batería, un interruptor S, de dos polos, un capacitor y un resistor. Empezamos con el capacitor inicialmente descargado y el interruptor a la mitad entre las posiciones 1 y 2. En seguida movemos el interruptor hacia la posición 1. En este caso la batería queda conectada al capacitor y se cierra el lazo de la izquierda. La carga de la batería fluye hacia el capacitor, y el voltaje V_C entre sus placas aumenta hasta igualar el de la batería. Cuando $V_C = V$ la carga deja de fluir. En este momento decimos que el capacitor está totalmente cargado. Este proceso requiere teóricamente un tiempo infinito para completarse pero, en la práctica, es aproximadamente igual a 5τ, ya que al transcurrir este tiempo, el voltaje del capacitor ha alcanzado el 99.3 % de su valor final. El proceso de descarga se estudia con el lazo de la derecha pasando el interruptor a la posición 2 en la figura 2. Las curvas de carga y descarga del circuito se muestran más adelante en la figura 3

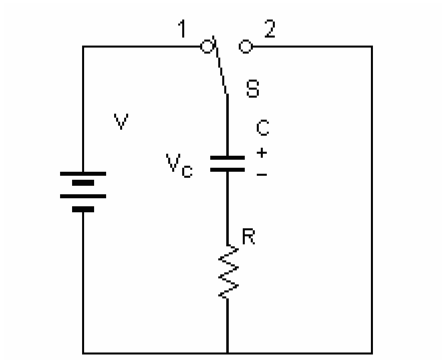

Figura 2 Un circuito RC típico

Ejemplo 1

Sea el circuito de la figura 2. Asuma que el capacitor tiene una capacitancia de 16.0 μF y el resistor, una resistencia de 100 Ω. (a) Calcule la constante de tiempo τ, de este circuito (b) ¿Cuánto tiempo transcurre para que el capacitor alcance el 99.3 % del voltaje de la batería?

Solución:

$\tau = (16.0 \times 10^{-6})(100) = 1.60 \times 10^{-3} = 1.60$ ms

$5\tau = (5)(0.0016) = 8.0$ ms

Es importante entender el proceso de carga y descarga de un capacitor, por la gran variedad de aplicaciones prácticas que tiene el circuito *RC* en nuestra vida diaria, así como en procesos de control automático en la industria de manufactura. Entre ellos podemos mencionar los *multivibradores*, así como los “flip-flops”. Estos últimos constituyen la unidad básica en la memoria de las computadoras. La expresión matemático que describe la dependencia del voltaje V_C a través del capacitor, como función del tiempo, en el circuito de la figura 2 donde el voltaje de la batería es V, es la siguiente,

$$V_C(t) = V\left(1 - e^{-t/RC}\right) \qquad 2$$

Donde e es la base de los logaritmos naturales, con un valor de 2.7183, y hemos asumido que el capacitor está descargado al tiempo $t = 0$. Similarmente, la expresión para el proceso de descarga es,

$$V_C(t) = Ve^{-t/RC} \qquad 3$$

Las gráficas correspondientes a estas dos funciones se muestran juntas en la figura 3, en donde el voltaje de la batería es de 5.0 V y los valores de R y C son los mismos del ejemplo 1. Las unidades de voltaje son voltios (V), y las de tiempo, segundos, (s). Note que en ambos casos la variación de V_C es mucho mayor al iniciarse los procesos, y a medida que el tiempo avanza, el voltaje V_C tiende a alcanzar un valor constante, aunque muy lentamente. En el proceso de carga, el voltaje final igualará al de la batería, mientras que en el de descarga llegará a cero

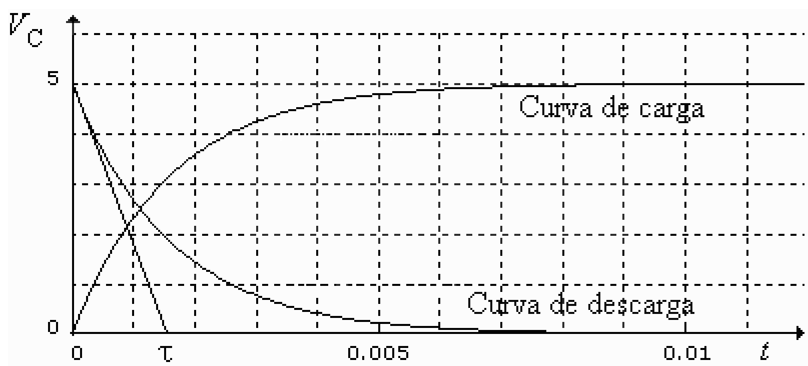

Figura 3 Las curvas de carga y descarga del capacitor del ejemplo 1

En la figura 3 hemos añadido una línea recta que empieza en la ordenada 5 V al tiempo cero, y termina en la ordenada cero, en el punto señalado con la letra τ. Esta línea ilustra el significado del tiempo característico τ, el cual corresponde al tiempo que tardaría el capacitor en cargarse o descargarse totalmente si lo hiciera con la misma rapidez con la que lo hace al tiempo cero, es decir, sin reducir su rapidez de cambio al transcurrir el tiempo

Ejemplo 2

Considere el circuito de la figura 2 en donde $C = 10.0\ \mu F$, $R = 10.0\ k\Omega$ y el voltaje de la batería es de 10.0 V. Asuma que el capacitor está descargado, y que el interruptor S se pone en la posición 1 al tiempo t = 0. Calcule el voltaje a través del capacitor luego de transcurrir 0.20 s

Solución: Primero calculamos la constante de tiempo $\tau = RC = (10.0 \times 10^3)(10.0 \times 10^{-6}) = 0.1$ s

En seguida aplicamos la ecuación 2, $V\ (t\ = 2.0\ \text{s})\ = 10.0\ (1 - e^{-0.2/0.1})\ =$ 8.65V

Ejemplo 3

Con el mismo circuito que en el ejemplo 2, asuma que el voltaje a través del capacitor es de 10.0 V y que el interruptor se mueve hacia la posición 2. Calcule el voltaje V_C después de 0.05 s

Solución: Usamos la ecuación 3 $V(t) = 10.0\ e^{-0.05/0.1} = 6.07$ V

Ejemplo 4

Calcule el voltaje V_C para un tiempo $t = \tau$ en los procesos de carga y descarga de un capacitor. Exprese sus resultados en función del voltaje V de la batería

Solución: Para el proceso de carga usamos la ecuación 2

Substituimos $\tau = RC$

$$V_C(t=\tau) = V\left(1-e^{-\tau/\tau}\right) = V\left(1-e^{-1}\right) = 0.632V$$

Este resultado significa que al transcurrir un tiempo igual a la constante de tiempo τ, el capacitor habrá alcanzado un 63.2 % del voltaje de la batería. Para el proceso de descarga usamos la ecuación 3

$$V_C(t=\tau) = Ve^{-\tau/\tau} = Ve^{-1} = V/e = 0.368V$$

Esto significa que al transcurrir un tiempo igual a la constante de tiempo τ, el voltaje a través del capacitor será el 36.8 % del voltaje de la batería

Ejemplo 5

Aplique los resultados del ejemplo 4 en el circuito del ejemplo 1 y muestre sus resultados en la gráfica 3

Solución: El voltaje de la batería en el ejemplo 1 es de 5.0 V, así que para el proceso de carga $V_C(t = \tau) = (0.632)(5.0) = 3.16$ V

Para el proceso de descarga, $V_C(t = \tau) = (0.368)(5.0) = 1.84$ V

Ver la figura 4 donde aparecen estos resultados en la gráfica de carga y descarga del capacitor

Ejercicio 1

Repita el ejemplo 5 para los tiempos de la tabla 1. Llene la tabla con sus resultados

Tabla 1. Datos del ejercicio 1

	$t = \tau$	$t = 2\tau$	$T = 3\tau$	$t = 4\tau$	$t = 5\tau$
V_C (carga)	$0.632V$				
V_C(descarga)	$0.368V$				

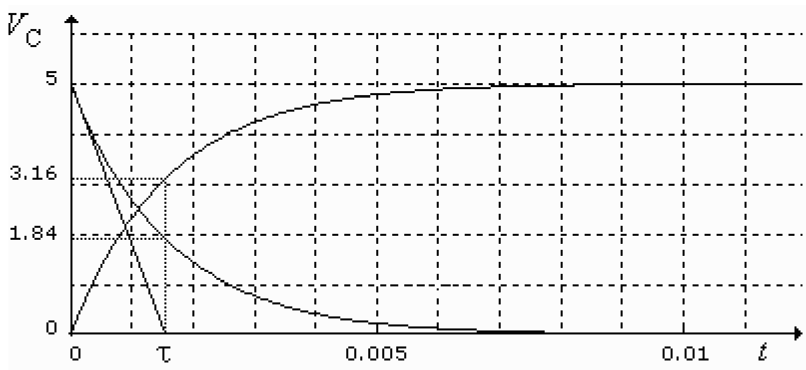

Figura 4 Los voltajes de carga y descarga del capacitor al tiempo $t = \tau$

Ejemplo 6

Calcule el tiempo que tarda un capacitor en cargarse a la mitad del voltaje de la batería, en un circuito *RC* como el de la figura 2. Exprese su resultado en función de τ

Solución: Para la carga tenemos la ecuación 2 en la cual $V_C(t) = ½V$, entonces,

$$\frac{1}{2}V = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Cancelamos los voltajes V a cada lado de la ecuación y obtenemos

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-t/\tau}$$

Despejamos $e^{-t/\tau}$

$$e^{-t/\tau} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Obtenemos el logaritmo a cada lado de la ecuación

$$\ln e^{-t/\tau} = \ln\frac{1}{2}$$

Recordemos que $\ln e^x = x$, entonces $\ln e^{-t/\tau} = -t/\tau = \ln\frac{1}{2} = -0.6232$

Finalmente, $t = 0.6232\tau$

Ejercicio 2

Calcule el tiempo que tarda un capacitor en descargarse a la mitad del voltaje de la batería, en un circuito *RC* como el de la figura 2. Exprese su resultado en función de τ

Ejemplo 7

Deduzca el valor de la constante de tiempo τ, de un circuito *RC* a partir de su curva de descarga provista en la pantalla de un osciloscopio virtual. Ver la figura 5

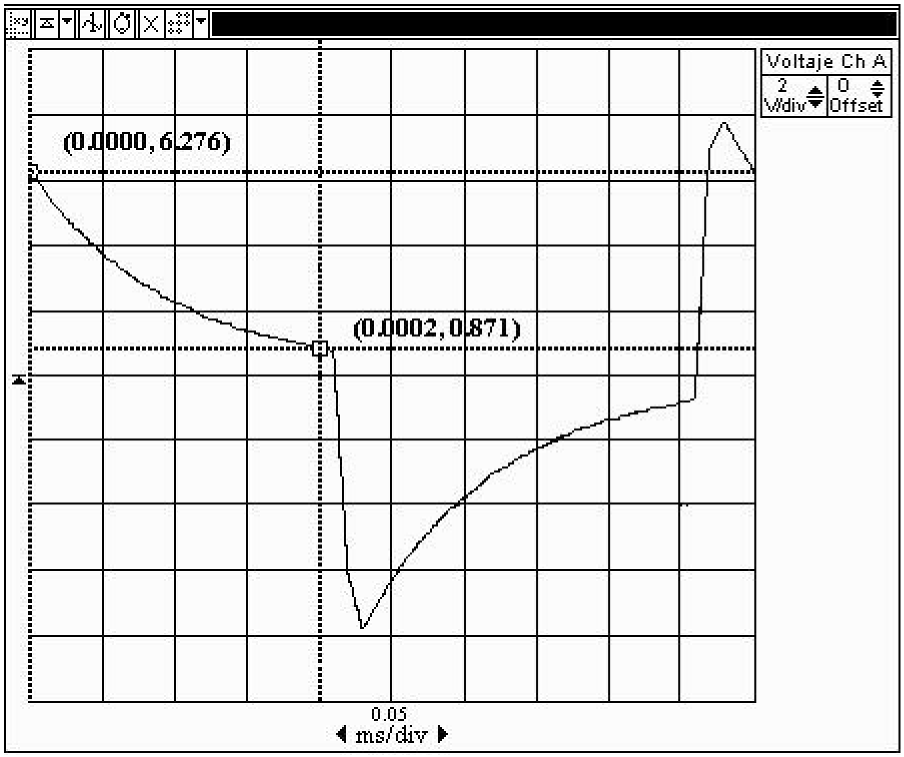

Figura 5 Curva de descarga y carga de un circuito *RC* vistas en la pantalla de un osciloscopio

Solución: La gráfica muestra el voltaje del capacitor como función del tiempo. Al tiempo $t = 0$, el voltaje tiene un valor de 6.276 V, mientras que al tiempo $t = 0.0002$ s, el voltaje es de 0.871 V. Con estos dos puntos y la expresión matemática de V_C (t) encontraremos el valor de τ que se nos pide. Vamos a hacer referencia de la ecuación 3, ya que se trata de la descarga del capacitor. Aplicamos esta ecuación a los tiempos t_1 y t_2

$$V_C(t_1) = Ve^{-t_1/\tau}$$

y

$$V_C(t_2) = Ve^{-t_2/\tau}$$

Ahora obtenemos el cociente entre ambas ecuaciones, sacamos el antilogaritmo y hacemos algunas simplificaciones algebraicas para llegar a la siguiente expresión, en la cual hemos substituido los valores extraídos de la gráfica

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{V_C(t_1)}{V_C(t_2)}} = \frac{0.0002 - 0.0}{\ln \frac{6.276}{0.871}} = 1.013 \times 10^{-4}\,\text{s} \qquad 4$$

Ejemplo 8

Asuma que en el ejemplo 7 la resistencia del circuito *RC* es de 100 Ω. Calcule el valor de la capacitancia del capacitor

Solución: Sabemos que la expresión algebraica para la constante de tiempo es $\tau = RC$. Como conocemos el valor de esta constante y el de la resistencia, despejamos para el valor de C y obtenemos

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{1.013 \times 10^{-4}}{100} = 1.013 \mu\text{F}$$

Ejercicio 3

Las coordenadas de dos puntos sobre la curva de descarga de un capacitor en un circuito *RC* son: A (0.0 s, 1.051 V) y B (o.0004 s, 0.023V). Calcule su tiempo de descarga τ
Resp: 0.105 ms

Ejercicio 4

Suponga que la resistencia del circuito *RC* del ejercicio 3 es de 220 Ω. Encuentre el valor de la capacitancia del capacitor *C*
Resp: 0.48 μF

Equipo y Materiales

Sistema computarizado con interfaz y programa *DataStudio*,
Conector múltiple,
Sensor de voltaje,
Capacitores de 1.0 μF y 10 μF
Resistencias de 100 Ω, 150 Ω, 220 Ω y 300 Ω (1/2 W),
Cables cortos para conexiones en el múltiple, y
Dos cables con conectores tipo banana-banana para conectar el múltiple a la salida del generador de la interfaz

Procedimiento:

1. Encienda la interfaz
2. Encienda la computadora y el monitor
3. Cree el experimento y conecte el sensor de voltaje en el canal A de la interfaz real
4. Haga también la conexión del sensor de voltaje en el puerto A de la interfaz virtual
5. Ajuste la señal de salida del generador con una onda cuadrada de 5 V. Su frecuencia deberá calcularla de acuerdo con los valores de *R* y *C*. Para saber cómo hacerlo lea el siguiente ejemplo: Suponga que $R = 300\ \Omega$ y $C = 2.2\ \mu\text{F}$. Su constante de tiempo es $\tau = RC = (300)(2.2 \times 10^{-6}) = 0.66$ ms. Para poder visualizar la descarga completa necesitamos un tiempo $t = 5\tau = 5(0.66 \times 10^{-3}) = 3.3 \times 10^{-3}$ s. Recordemos que la frecuencia *f*, es el inverso del tiempo, entonces, $f = 1/5\tau = 1/3.3\times 10^{-3} = 303$ Hz. En este ejemplo la frecuencia a la que deberemos ajustar el generador para visualizar la descarga completa deberá ser cuando mucho de 303 Hz. Por supuesto que si la frecuencia es menor, el período será

mayor, así que bastará con seleccionar cualquier frecuencia menor que 303 Hz, por ejemplo, 300 Hz ó 200 Hz

6. Determine los valores de R y C que usted usará en su experimento y repita los cálculos del ejemplo anterior para determinar la frecuencia de la señal de onda cuadrada del generador y selecciónela con ese valor
7. Use el conector múltiple, la resistencia y el capacitor seleccionados, así como los cables conectores necesarios para armar el siguiente circuito. Ver la figura 6. Note que el círculo de la izquierda representa al generador. Note también que no estamos usando una batería, sino un generador, para alimentar el circuito. Como el generador está ajustado para proveer una señal cuadrada, equivale a un voltaje constante positivo de muy corta duración que cambia de signo cada medio ciclo, simulando un interruptor, con lo que vemos la carga y descarga indefinidamente

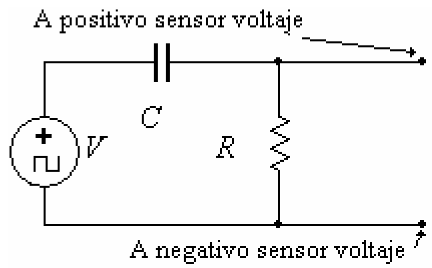

Figura 6 El circuito *RC*

8. Observe la ventana *Pantallas* y seleccione *Osciloscopio*
9. Observe que la parte superior izquierda de la pantalla del osciloscopio tiene seis iconos. El segundo, de izquierda a derecha, se llama *Condición de disparo*. Coloque el cursor del ratón sobre este icono. Al cabo de unos segundos aparecerá el nombre del icono. Note que este icono consta de dos partes: la de la izquierda, que tiene un triángulo blanco con una línea horizontal sobre su vértice, y la de la derecha, con un triángulo negro invertido. Pulse el triángulo negro con el botón izquierdo del ratón y seleccione la opción *Nivel de ascenso*
10. Pulse el botón de *Inicio*. En seguida verá en la pantalla del osciloscopio una señal similar a la de la figura 5. De no ser así ajuste las escalas horizontal (Botón de control del tiempo de barrido) y vertical (Voltaje) como lo hizo en el experimento de osciloscopio hasta optimizar el tamaño de la curva
11. Pulse el icono del extremo izquierdo, en la parte superior de la pantalla del osciloscopio, el cual se llama *Herramienta inteligente*. En seguida aparecerá un cursor cuadrado, justo en el centro de la pantalla, con las coordenadas de ese punto entre paréntesis, en números rojos
12. Coloque el cursor del ratón sobre ese cuadro. Enseguida el cursor del ratón se convertirá en una pequeña mano
13. Oprima el botón izquierdo del ratón y manténgalo así. Arrastre el cursor con el ratón hasta la coordenada $t = 0$ y el punto vertical donde empieza la curva. Vea la figura 5
14. Escriba las coordenadas del punto en el formulario del informe

15. Mueva el cursor hasta un punto cercano al final de la curva, tal que coincida con una de las líneas verticales de la pantalla del osciloscopio, es decir, en donde el valor del tiempo tenga un solo dígito significativo. Ver la figura 5
16. Escriba las coordenadas del segundo punto en el formulario del informe
17. Calcule el tiempo característico de este circuito usando la fórmula 4 desarrollada en el ejemplo 7, y escríbala en su informe
18. Repita el procedimiento anterior con la curva de carga del capacitor para calcular su tiempo de carga. Esta curva es la de la derecha de la figura 5

Preguntas

Conteste correctamente antes de hacer el experimento

1. Un capacitor de 2.2 μF está conectado en serie con una resistencia de 2.0 MΩ. Se carga el capacitor usando una batería con un voltaje nominal V_0. ¿Cuánto tiempo transcurre para que el voltaje a través del capacitor sea de 0.25 V_0?
   a. 1. 27 s
   b. 6.1 s
   c. 0.27 s
   d. 1 s
   e. 0.57 s

2. Un capacitor C está conectado en serie con una resistencia R. Un voltaje V_0 se aplica a esta combinación según se muestra en la figura 7. El capacitor se carga a su valor máximo V_0. La ecuación que determina el voltaje $V(t)$ a través del capacitor como función del tiempo después de que se abre el interruptor es:

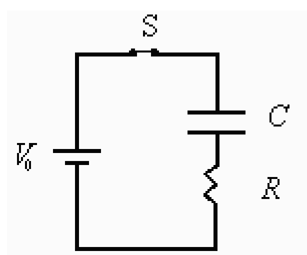

Figura 7 El circuito *RC*

   a. $V(t) = V_0 (1 - \exp(-t/RC))$
   b. $V(t) = V_0 (1 - \exp(t/RC))$
   c. $V(t) = V_0 \exp(t/RC)$
   d. $V(t) = V_0$
   e. $V(t) = V_0 \exp(- t/RC)$

3. Un capacitor de capacitancia C está conectado en serie con una resistencia de1.0 MΩ según lo muestra la figura 8. El capacitor está totalmente descargado y el interruptor S está abierto. Cerramos el interruptor al tiempo $t = 0$. Después de 10 s, el voltaje instantáneo a través del capacitor es de 5.0 V. El valor de C es:

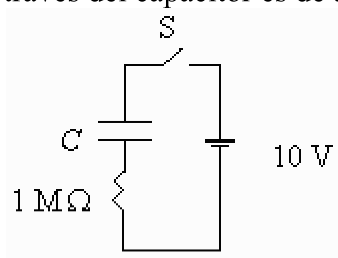

Figura 8 Circuito *RC* con un capacitor inicialmente descargado

   a. 14.4 μF
   b. 11 μF
   c. 1.44 mF
   d. 1.2 mF
   e. 10 F

4. Un capacitor descargado C está conectado en serie con una resistencia R. Conectamos la combinación a una batería con un voltaje nominal V_0 según lo muestra la figura 9. La ecuación que determina el voltaje $V(t)$ a través del capacitor como función del tiempo después de que el interruptor ha sido cerrado es:

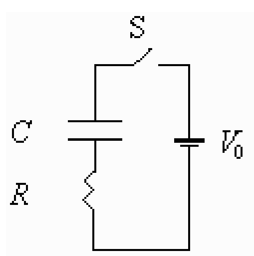

Figura 9 Circuito *RC*

   a. $V(t) = V_0 (1 + \exp(-t/RC))$
   b. $V(t) = V_0 (1 - \exp(-t/RC))$
   c. $V(t) = V_0 (1 - \exp(t/RC))$
   d. $V(t) = V_0 (\exp(-t /RC) - 1)$
   e. $V(t) = V_0 \exp(- t/RC)$

5. Un capacitor de 1.6 μF está conectado en serie con una resistencia de 15.0 kΩ. Se carga con una batería de 5.0 V. La constante de tiempo de este circuito es:
   a. 50 ms
   b. 24 s
   c. 12 ms
   d. 24 ms
   e. 20 s

6. Considere el circuito de la figura 10. Para cargar el capacitor, el interruptor S necesita estar en la posición:

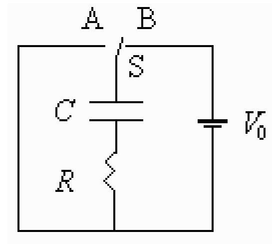

Figura 10 Circuito para cargar y descargar un capacitor a través de una resistencia

   a. B
   b. A
   c. En el centro entre A y B
   d. En cualesquiera de las dos posiciones, A o B
   e. En este circuito particular el capacitor no se puede cargar en ninguna posición del interruptor

7. Un capacitor de 20 μF está conectado con una resistencia de 10 kΩ según lo muestra la figura 11. El capacitor tiene una carga inicial de 10 μC en sus placas. Cerramos el interruptor *S* al tiempo *t* = 0. El voltaje a través del capacitor después de 0.3 s es:

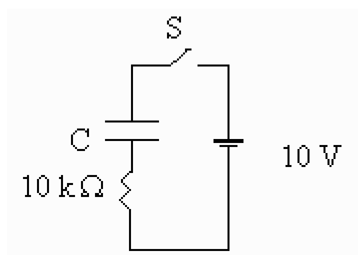

Figura 11 En este circuito el capacitor está inicialmente cargado

   a. 3.93 V
   b. 20 V
   c. 2.71 V
   d. 8.3 V
   e. 5 V

8. Un capacitor *C* con un voltaje inicial de 5.0 V entre sus placas está conectado en serie con una resistencia *R*. El voltaje instantáneo a través del capacitor al momento de transcurrir una constante del tiempo es de:
   a. 1.84 V
   b. 2.2 V
   c. 5 V
   d. 0 V
   e. 0.62 V

9. Considere el circuito de la figura 12. Asuma que el capacitor está cargado. Para descargar el capacitor, el interruptor S necesita estar en la posición:

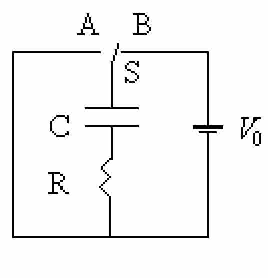

Figura 12 Un circuito *RC* para cargar y descargar un capacitor

a. A
b. B
c. En el centro entre A y B
d. En cualesquiera de las dos posiciones, A o B
e. En este circuito particular el condensador no se puede cargar en todos

10. Un capacitor descargado *C*, es conectado en serie con una resistencia *R* y una fuente de voltaje V_0 = 5.0 V mediante un interruptor *S* al tiempo t = 0. Ver la figura 13. El voltaje a través del capacitor, al momento de transcurrir una constante de tiempo, es:

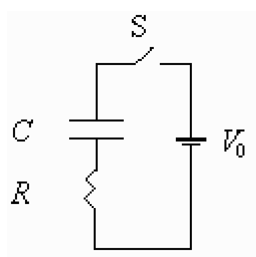

Figura 13 Circuito *RC* para cargar un capacitor

a. 4.8 V
b. 0.864 V
c. 2.2
d. 5 V
e. 3.16 V

Informe del Experimento 8. El circuito *RC*

Sección ________ Mesa ____________

Fecha: ____

Estudiantes:

1. ____

2. ____

3. ____

4. ____

<u>Descarga del capacitor</u>

1. Escriba a continuación los valores de la capacitancia y la resistencia de su circuito. Recuerde incluir las unidades

   $C =$ ______________ $R =$ ________________

2. Calcule la constante de tiempo de este circuito, $\tau = RC =$ ____________________. Este será el valor teórico de τ

3. Escriba las coordenadas del primer punto de la curva de descarga, según leídas en el osciloscopio

   $t_1 =$ <u>0.000 s</u> ________ $V_C\,(t_1) =$ _____________________

4. Escriba las coordenadas del segundo punto de la curva de descarga, según leídas en el osciloscopio

   $t_2 =$ ______________ $V_C(t_2) =$ ______________________

5. Calcule la constante de tiempo del circuito. Este será el valor medido de τ

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln \dfrac{V_C(t_1)}{V_C(t_2)}} = \underline{\hspace{8cm}} = \underline{\hspace{5cm}}$$

6. Calcule la $\Delta\%$ entre los valores teórico y medido de τ

$$\Delta\% = \frac{|\tau_{Teo} - \tau_{Med}|}{\tau_{Teo}} \times 100 =$$

Carga del capacitor

7. Escriba las coordenadas del primer punto de la curva de carga, según leídas en el osciloscopio

t_1 = ______________ $V_C(t_1)$ = _____________________

8. Escriba las coordenadas del segundo punto de la curva de carga, según leídas en el osciloscopio

t_2 = ______________ $V_C(t_2)$ = ______________________

9. Calcule la constante de tiempo del circuito. este será el valor medido de τ

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{V_C(t_1)}{V_C(t_2)}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

10. Calcule la Δ% entre los valores teórico y medido de τ

$$\Delta\% = \frac{\left|\tau_{\mathrm{Teo}} - \tau_{\mathrm{Med}}\right|}{\tau_{\mathrm{Teo}}} \times 100 =$$

Atención: Tenga cuidado con las lecturas del cursor de la *Herramienta inteligente* que pueden estar redondeadas a un sólo dígito significativo y dar resultados con una Δ% muy grande. Compruebe que la lectura es correcta leyendo directamente los valores de las coordenadas en los ejes cartesianos

Conclusiones